

GENETIQUE QUANTITATIVE – Chapitre III – Exercices et solutions

Exercice n°1

Reprendre les données numériques obtenues dans le cas du locus de nanisme chez la souris, pour une population supposée en équilibre de Hardy-Weinberg, avec une fréquence (p_2) de l'allèle n de 0,2 ou de 0,5 (cf. tableau 6). En supposant que le reste du génome n'a pas d'effet sur le poids à 6 semaines, calculer pour les deux valeurs de p_2 les variances génétique, génétique additive et de dominance. Calculer l'héritabilité au sens large et l'héritabilité au sens étroit de ce caractère, sachant que la variance environnementale est de 3 g². Quelles conclusions en tirez-vous ?

Exercice n°2

En 1982 en Australie, l'existence d'un locus à effet majeur sur la prolificité a été démontrée dans une souche de brebis Mérinos (gène Booroola, à 2 allèles notés + et \mathcal{F}). Un protocole expérimental a permis d'observer les résultats moyens suivants sur les performances de reproduction des brebis Mérinos :

Génotype	Taux d'ovulation	Taille de portée
++	1,40	1,1
\mathcal{F} +	3,05	2,0
$\mathcal{F}\mathcal{F}$	4,70	3,0

- 1) Calculer le taux de mortalité embryonnaire observé pour chaque génotype. Qu'en concluez vous quant à l'effet biologique du gène Booroola ?
- 2) Si l'on suppose l'absence d'effet du reste du génome sur le taux d'ovulation, ainsi que l'absence d'effet de milieu, calculer l'héritabilité au sens étroit de ce caractère dans une population où l'allèle \mathcal{F} a une fréquence de 0.25 (la réponse à cette question nécessite un peu d'attention et une seule opération, au demeurant fort simple).

Exercice n°3

Soit un caractère quantitatif gouverné par un locus à deux allèles, avec surdominance :

Génotype	$\mathcal{A}_1 \mathcal{A}_1$	$\mathcal{A}_1 \mathcal{A}_2$	$\mathcal{A}_2 \mathcal{A}_2$
Moyenne phénotypique	11	15	9

Pour quelles fréquences alléliques une population en équilibre de Hardy-Weinberg atteint-elle la plus forte moyenne ? La solution peut être obtenue graphiquement, de façon approximative, ou précisément par calcul algébrique.

Solution de l'exercice n°1

Nous nous intéressons au gène de nanisme chez la souris, et nous désignons par p_2 la fréquence de l'allèle a . Dans une population supposée en équilibre de Hardy-Weinberg, les différentes variances relatives à ce locus sont les suivantes (en g^2 , cf. les équations pp. 62-63 du polycopié, et les valeurs numériques p. 47 et tableau 6 p. 51) :

	$p_2 = 0,2$	$p_2 = 0,5$
Variance génétique (V_G)	2,92	9
Variance génétique additive (V_A)	2,51	8
Variance génétique de dominance (V_D)	0,41	1

On vérifie que la variance génétique (V_G) est bien égale à la somme des deux variances, additive (V_A) et de dominance (V_D). On remarque que chacune des variances est plus élevée lorsque les fréquences sont intermédiaires (0,5 et 0,5) que lorsqu'elles sont proches des extrêmes (0,8 et 0,2).

Si l'on suppose que le reste du génome n'a pas d'effet sur le poids à 6 semaines, et que la variance environnementale (V_E) est de $3 g^2$, on peut calculer les héritabilités au sens large et au sens étroit du caractère (cf. les définitions chapitres II et III, respectivement, du polycopié) :

	$p_2 = 0,2$	$p_2 = 0,5$
Héritabilité au sens large (h^2_{sl})	0,49	0,75
Héritabilité au sens étroit (h^2)	0,42	0,67

L'héritabilité au sens étroit est, par construction, inférieure à celle au sens large. On remarquera néanmoins que, malgré une situation de quasi dominance (au sens mendélien), l'écart entre les deux types d'héritabilité est modéré : cela est lié à la nature statistique des concepts de valeur additive et de valeur de dominance et au fait que, par construction, la variance de dominance a été minimisée.

Solution de l'exercice n°2

- 1) Le taux de mortalité embryonnaire est égal à la proportion d'ovules qui, étant supposés avoir été fécondés, n'ont pas donné naissance à un produit. Soit TO le taux d'ovulation et TP la taille de portée, le taux de mortalité (TM) s'écrit donc :

$$TM = (TO - TP) / TO$$

Soit les valeurs suivantes pour les différents génotypes (à partir des données du tableau) :

Génotype	++	$\mathcal{F}+$	$\mathcal{F}\mathcal{F}$
Taux de mortalité	0,21	0,34	0,36

La présence d'un ou deux allèles \mathcal{F} se traduit par une augmentation substantielle du taux d'ovulation. L'augmentation concomitante du taux de mortalité (sans différence de TM entre les deux génotypes porteurs de \mathcal{F}) conduit néanmoins à des différences moins spectaculaires entre génotypes pour la taille de portée.

- 2) Avant de se lancer dans le calcul des effets moyens des deux allèles, on peut s'intéresser à la position relative du génotype hétérozygote par rapport aux deux homozygotes. On note alors :

$$3,05 = \mu_{\mathcal{F}+} = \frac{1,40 + 4,70}{2} = \frac{\mu_{++} + \mu_{\mathcal{F}\mathcal{F}}}{2}$$

Nous sommes donc en situation de stricte additivité des effets des gènes : la variance génétique (V_G) est strictement égale à la variance génétique additive (V_A). Si de plus on suppose l'absence des effets de milieu, alors, quelles que soient les fréquences alléliques, l'héritabilité au sens étroit du caractère est égale à 1 : toute variation observée est d'origine génétique additive.

Solution de l'exercice n°3

Soit p la fréquence de l'allèle \mathcal{A}_1 et $q (= 1-p)$ la fréquence de l'allèle \mathcal{A}_2 . Soit x , y et z les moyennes phénotypiques des génotypes $\mathcal{A}_1 \mathcal{A}_1$, $\mathcal{A}_1 \mathcal{A}_2$ et $\mathcal{A}_2 \mathcal{A}_2$, respectivement. La moyenne (μ) d'une population panmictique s'écrit alors :

$$\mu = p^2 \times x + 2p(1-p) \times y + (1-p)^2 \times z$$

Soit, en développant et en regroupant en fonction des puissances de p :

$$\mu = p^2(x+z-2y) + 2p(y-z) + z$$

Si y est intermédiaire entre x et z , la moyenne va varier de façon monotone (ce qui ne signifie pas nécessairement linéaire) entre x ($p=1$) et z ($p=0$). En dehors de cette situation, la moyenne aura pour des fréquences intermédiaires (à déterminer), soit un minimum ($y < x$ et z), soit un maximum ($y > x$ et z). La valeur (\tilde{p}) correspondant à ce minimum ou à ce maximum est celle qui annule la dérivée de μ par rapport à p . Cette dérivée s'exprime comme suit :

$$\frac{\partial \mu}{\partial p} = 2p(x+z-2y) + 2(y-z)$$

On en déduit \tilde{p} :

$$\tilde{p} = \frac{z-y}{x+z-2y}$$

Application numérique :

$$\tilde{p} = \frac{9-15}{11+9-2 \times 15} = \frac{-6}{-10} = 0,6 \quad ; \quad \mu_{\max} = 12,6$$